

1. В клетки бесконечной клетчатой плоскости записываются

	7	8	9	10
...	6	1	2	11
18	5	4	3	12
17	16	15	14	13

«по спирали» подряд все натуральные числа (см. рис.). Если считать, что в обычной системе координат у числа 1 будут координаты (0;0), а у числа 10 – (2; 1), то какие координаты будут у числа 2008?

3. Найдите наименьшее натуральное число, при приписывании к которому слева любой ненулевой цифры k новое полученное число будет делиться на k .

5. Заполните пропуск, чтобы получилось истинное, правильное с точки зрения русского языка предложение «В ЭТОМ ПРЕДЛОЖЕНИИ БУКВ».

7. При каком наименьшем натуральном K возможно равенство $K \cdot \overline{\text{ОДИН}} = \overline{\text{МНОГО}}$ (одинаковые буквы – одинаковые цифры, разные буквы – разные цифры)? Приведите ответ и какое-нибудь решение получающегося ребуса.

2. Длина круга стадиона равна 400м. Три бегуна одновременно стартовали в часовом забеге с одной стартовой линии, каждый – со своей постоянной скоростью. Первый бегун пробежал 20 км, второй – 19 км, третий – 18 км. Сколько раз во время этого забега один из бегунов обогнал другого?

4. Найдите наименьшее натуральное число, при приписывании к которому справа любой ненулевой цифры k новое полученное число будет делиться на k .

6. На острове рыцарей и лжецов (рыцари всегда говорят правду, лжецы - лгут) у компании из 5 аборигенов было 10 монет. Первый заявил: «У меня – 1 монета», второй: «У меня – 2 монеты», ..., пятый: «У меня – 5 монет». Сколько могло быть среди них лжецов?

8. Кролик заметил следующую закономерность. Винни-Пух пришёл к нему в гости 12 раз, при этом каждый следующий визит приходился на первое число следующего по алфавиту месяца (первый раз они встретились 1 августа). Сколько месяцев прошло между первым и двенадцатым визитами Винни?

9. Грани игрального кубика занумерованы числами от 1 до 6 так, что сумма чисел на любых двух противоположных гранях равна 7. Из 27 таких кубиков выложен куб $3 \times 3 \times 3$. Какое наименьшее значение может принимать сумма чисел, написанных на поверхности получившегося куба?

11. В клетках таблицы 4×4 расставлены числа от 1 до 16. Раз в минуту каждое число таблицы заменяется на среднее арифметическое своих соседей (по стороне клетки). Какое наименьшее возможное значение может быть у самого меньшего числа таблицы через две минуты?

13. В белом квадрате 7×7 поочередно закрашиваются в чёрный цвет клетки, у которых до покраски было не более одной чёрной вершины. Какое наибольшее количество клеток можно закрасить таким образом? Приведите ответ и пример, указывая в клетках порядок закрашки.

15. Сколько решений в натуральных числах имеет уравнение $abcd = a + b + c + d$?

10. Из бесконечной шахматной доски по границам клеток вырезана связная фигура (ладья может пройти из любой клетки в любую другую, не покидая фигуру, передвигаясь каждый раз на одну клетку). В вырезанной фигуре оказалось n чёрных клеток. Каково максимально возможное количество белых клеток в этой фигуре?

12. Назовём натуральное число *ямочным*, если все цифры с первой до некоторой (не первой и не последней) идут по убыванию, а затем с неё – по возрастанию. Сколько существует ямочных чисел из 10 различных цифр?

14. Петя и Вася пошли в гости к Толе, но забыли трёхзначный номер его квартиры. Вася помнил, что если прибавить к этому номеру 10, то получится полный куб, а Петя помнил, что если вычесть из номера квартиры число 10, то получится полный квадрат. В какой квартире живёт Толя?

16. Расставьте 32 коня на шахматной доске так, чтобы каждый бил ровно двух других.